

Судаков Є.В.

<https://orcid.org/0009-0008-7617-5719>

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

Сокол Г.В.

<https://orcid.org/0000-0003-4847-518X>

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ СЕРЕДНЬОЇ ЗАТРИМКИ ПАКЕТІВ У МЕРЕЖАХ З МІМО-ТЕХНОЛОГІЄЮ ТА ВИПАДКОВИМ ДОСТУПОМ

У статті розглянуто проблему оцінювання середньої затримки пакетів у бездротових телекомунікаційних мережах із використанням технології МІМО та випадкового доступу до середовища. Актуальність дослідження зумовлена зростаючими вимогами до якості обслуговування (QoS) у сучасних мережах, зокрема в умовах високої динаміки радіоканалу та стохастичного характеру трафіку. Метою роботи є розробка математичної моделі, яка дозволяє адекватно оцінювати середню затримку пакетів із урахуванням параметрів МІМО-каналу та змінної пропускної здатності.

Запропоновано підхід на основі моделі масового обслуговування типу $M/G/1$, у якій час обслуговування визначається як випадкова величина, що залежить від миттєвої ємності каналу. Пропускна здатність моделюється через матричне представлення МІМО-каналу з урахуванням випадкового згасання, зокрема для випадку Rayleigh fading. Отримано аналітичні оцінки середнього та другого моментів часу обслуговування, що дозволяє застосувати формулу Поллачака–Кхінчина для визначення середньої затримки. Особливістю підходу є інтеграція фізичного рівня (характеристик каналу) з мережевим рівнем (процесами черг), що забезпечує більш реалістичне моделювання.

Проведено чисельне моделювання для різних конфігурацій МІМО-систем (2×2 , 4×4 , 8×8), яке підтвердило адекватність запропонованої моделі. Показано, що збільшення кількості антен призводить до суттєвого зниження середньої затримки за рахунок зростання пропускної здатності. Встановлено, що при наближенні інтенсивності трафіку до межі стійкості системи затримка різко зростає, що узгоджується з теоретичними властивостями систем $M/G/1$. Також доведено значний вплив дисперсії пропускної здатності на величину затримки.

Отримані результати можуть бути використані для розробки адаптивних алгоритмів керування доступом до середовища, оптимізації розподілу радіоресурсів та підвищення ефективності функціонування бездротових мереж наступного покоління.

Ключові слова: МІМО, бездротові мережі, якість обслуговування, теорія масового обслуговування, пропускна здатність каналу, середня затримка пакетів, стохастичні процеси, черги пакетів, інтенсивність трафіку, багатоканальні системи.

Постановка проблеми. Сучасні бездротові телекомунікаційні мережі функціонують в умовах постійного зростання обсягів переданих даних, високої динамічності трафіку та жорстких вимог до якості обслуговування (QoS), особливо щодо затримок пакетів. Широке впровадження технологій МІМО у системах 4G/5G та перспективних мережах наступного покоління дозволяє значно підвищити пропускну здатність і спектральну

ефективність, однак водночас ускладнює процес аналізу часових характеристик обслуговування через залежність швидкості передачі від стану радіоканалу.

Однією з ключових проблем є адекватне оцінювання середньої затримки пакетів у мережах із випадковим доступом, де надходження трафіку має стохастичний характер, а обслуговування визначається змінною пропускну здатністю



каналу. У таких умовах класичні моделі теорії масового обслуговування, що припускають сталі або незалежні від фізичного рівня характеристики обслуговування, не забезпечують достатньої точності, оскільки не враховують вплив параметрів МІМО-каналу (кількості антен, рівня шуму, статистики згасання) на час обробки пакетів.

Крім того, існуючі підходи до аналізу затримок або базуються на надмірно спрощених припущеннях, або характеризуються високою обчислювальною складністю, що обмежує їх практичне застосування в реальних мережах. Недостатньо дослідженим залишається питання інтеграції характеристик фізичного рівня (зокрема, матричної структури МІМО-каналу) з моделями черг для отримання узагальненої оцінки затримок.

Таким чином, виникає необхідність розробки математичної моделі, яка б дозволяла враховувати стохастичну природу трафіку, змінність радіоканалу та параметри МІМО-системи при оцінюванні середньої затримки пакетів, забезпечуючи при цьому достатню точність і придатність до практичного використання в задачах аналізу та оптимізації телекомунікаційних мереж.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Оцінювання середньої затримки в мережах із технологіями МІМО та випадковим доступом є актуальною задачею через підвищені вимоги до QoS і динамічність радіоканалу. Сучасні підходи базуються на моделях, що враховують стохастичний характер трафіку та змінну пропускну здатність.

Дослідження впливу черг і параметрів зв'язку на продуктивність МІМО-систем показало важливість урахування взаємодії процесів обслуговування, однак відповідні моделі часто обмежені окремими сценаріями [1]. Використання методів аналізу великих відхилень для багатокористувацьких систем дозволяє підвищити точність оцінювання затримок, але значно ускладнює практичну реалізацію [2]. Підходи до вдосконалення випадкового доступу із застосуванням масивного МІМО забезпечують підвищення ефективності доступу, хоча потребують точного налаштування параметрів системи [3]. Аналіз продуктивності МІМО у МЕС-мережах демонструє потенціал високої ефективності, проте має переважно теоретичний характер [4].

Запропоновані методи організації випадкового доступу для масивного МІМО дозволяють ефективно обслуговувати значну кількість пристроїв, але вимагають складних механізмів координації [5]. Узагальнені моделі планування ресурсів характеризуються високою точністю, проте супроводжуються значною обчислювальною складністю

[6]. Застосування статистичних обмежень у моделях черг забезпечує більш реалістичну оцінку затримок, хоча обмежується певними типами трафіку [7]. Методи, що враховують обмеження на затримку та керування ресурсами, демонструють ефективність, але складні для практичної реалізації [8]. Оптимізація планування та керування потужністю підвищує ефективність використання ресурсів, однак потребує точного прогнозування трафіку [9]. Детальний аналіз затримок у МІМО-системах дозволяє врахувати вплив параметрів мережі, хоча такі підходи часто не мають експериментального підтвердження [10].

Таким чином, існуючі підходи або спрощують модель, або є складними для реалізації, що обумовлює необхідність розробки більш універсальних і практично орієнтованих методів оцінювання затримок.

Постановка завдання. Метою роботи є розробка та формалізація моделі оцінювання середньої затримки пакетів у системі типу $M/G/1$, у якій час обслуговування визначається через пропускну здатність МІМО-каналу. Для цього необхідно:

- описати пропускну здатність каналу як функцію матриці $H(t)$ та параметрів системи;
- визначити статистичні характеристики часу обслуговування пакетів (математичне сподівання та другий момент);
- отримати аналітичний вираз для середньої затримки з використанням формули Поллачака–Кхінчина;
- дослідити вплив параметрів МІМО (кількості антен, рівня шуму, інтенсивності трафіку) на величину затримки.

Розв'язання поставленої задачі дозволить отримати узагальнений інструмент для аналізу та прогнозування часових характеристик у бездротових мережах із МІМО та випадковим доступом, що є важливим для оптимізації QoS.

Виклад основного матеріалу.

Формалізація моделі.

Для оцінювання середньої затримки пакетів у телекомунікаційній системі з використанням технології МІМО та випадковим доступом запропоновано використання моделі масового обслуговування типу $M/G/1$. У цій моделі припускається, що пакети надходять у систему згідно з пуассонівським потоком з інтенсивністю λ , а час обслуговування є випадковою величиною із загальним розподілом, який визначається динамічними характеристиками МІМО-каналу.

Смність каналу в момент часу t визначається як:

$$C(t) = \log_2 \det \left(I_{N_r} + \frac{P}{N_r N_0} H(t) H^H(t) \right), \quad (1)$$

де $H(t)$ – матриця каналу розміром $N_r \times N_t$, елементи якої є комплексно-гаусівськими випадковими величинами; P – потужність передавача; N_0 – спектральна щільність шуму; $H^H(t)$ – ермітове спряження до $H(t)$; I – одинична матриця відповідного розміру.

Пропускна здатність каналу впливає на час обслуговування одного пакету, що визначається як відношення середнього розміру пакету L (у бітах) до миттєвої пропускної здатності $C(t)$. Таким чином, випадкова величина часу обслуговування має вигляд:

$$S(t) = \frac{L}{C(t)}. \quad (2)$$

Оскільки час обслуговування має загальний розподіл, система описується моделлю $M/G/1$. Для такої системи середня затримка D оцінюється за формулою Поллачака-Кхінчина:

$$D = \frac{\lambda E[S^2]}{2 \cdot (1 - \rho)} + E[S], \quad (3)$$

де $E[S]$ – математичне сподівання часу обслуговування; $E[S^2]$ – друга моментна характеристика часу обслуговування; $\rho = \lambda \cdot E[S]$ – коефіцієнт завантаження системи. Ця формула дозволяє врахувати вплив статистики каналного процесу на середню затримку в черзі.

Враховуючи стохастичну природу каналу, оцінювання $E[S]$ та $E[S^2]$ здійснюється шляхом чисельного моделювання на основі генерації випадкових матриць $H(t)$, з подальшим обчисленням відповідних характеристик часу обслуговування.

Аналітичне оцінювання часу обслуговування в МІМО-каналі.

У контексті розробленої моделі середня затримка значною мірою визначається характеристиками часу обслуговування, який, у свою чергу, залежить від пропускної здатності МІМО-каналу. Для здійснення аналітичної оцінки середнього та другого моменту часу обслуговування необхідно врахувати статистичні властивості матриці каналу $H(t)$.

У випадку Rayleigh fading, коли всі елементи $H(t)$ є незалежними комплексно-нормальними випадковими величинами з нульовим середнім та одиничною дисперсією, матриця $W = H(t)H^H(t)$ має розподіл Вішарта. У такому випадку пропускна здатність $C(t)$ є випадковою величиною, функцією власних значень цієї матриці.

Середню пропускну здатність можна апроксимувати згідно з наступною формулою:

$$\bar{C} = E \left[\log_2 \det \left(I_{N_r} + \frac{P}{N_t N_0} H(t) H^H(t) \right) \right], \quad (4)$$

що, при використанні спектрального розкладу, може бути записано як:

$$\bar{C} = E \left[\sum_{i=1}^r \log_2 (1 + \gamma \lambda_i) \right], \quad (5)$$

де $\gamma = \frac{P}{N_t N_0}$ – відношення сигнал/шум на вхід антен, λ_i – власні значення матриці W , $r = \min(N_t, N_r)$.

З огляду на складність знаходження точного виразу для $E[C^{-1}]$, середній час обслуговування можна оцінити через обернення середньої пропускної здатності:

$$E[S] \approx \frac{L}{\bar{C}}. \quad (6)$$

Для знаходження другого моменту часу обслуговування $E[S^2]$ можна скористатись наступною апроксимацією:

$$E[S^2] \approx \frac{L^2 \cdot \text{Var}[C]}{\bar{C}^4} + \left(\frac{L}{\bar{C}} \right)^2, \quad (7)$$

де $\text{Var}[C] = E[C^2] - (\bar{C})^2$ – дисперсія пропускної здатності, яка також може бути оцінена чисельно через моделювання розподілу λ_i .

Отримавши значення $E[S]$ та $E[S^2]$, можна перейти до остаточного розрахунку середньої затримки за допомогою формули Поллачака-Кхінчина:

$$\bar{D} = \frac{\lambda \cdot E[S^2]}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot E[S])} + E[S], \quad (8)$$

Такий підхід дозволяє зручно варіювати кількість антен, рівень шуму, середній розмір пакету та інші параметри системи для аналізу впливу на середню затримку.

Результати чисельного моделювання.

З метою підтвердження адекватності розробленої моделі було проведено чисельне моделювання середньої затримки в залежності від інтенсивності вхідного трафіку λ для трьох типових конфігурацій МІМО-систем: 2×2 , 4×4 та 8×8 . Значення середньої пропускної здатності \bar{C} для кожної конфігурації були вибрані на основі відомих характеристик МІМО-каналів при Rayleigh fading і відношенні сигнал/шум $\gamma = 10$ дБ:

$$\bar{C}_{2 \times 2} \approx 6,0 \text{ бім} / \text{с} / \text{Гц};$$

$$\bar{C}_{4 \times 4} \approx 11,0 \text{ бім} / \text{с} / \text{Гц};$$

$$\bar{C}_{8 \times 8} \approx 18,0 \text{ бім} / \text{с} / \text{Гц}.$$

Оскільки середня швидкість обслуговування $\mu = \bar{C} / L$ є обернено пропорційною до розміру пакета L , для підтримання умов стійкості системи $\lambda < \mu$ було обмежено інтервалом від 0,0005 до 0,0055 пакетів/такт (рис. 1).

На графіку (рис. 1) представлено залежність середньої затримки від інтенсивності трафіку для кожної конфігурації МІМО. Можна зробити наступні спостереження:

По-перше, затримки зменшуються зі збільшенням кількості антен. Так, у конфігурації 8×8 забезпечуються найнижчі значення затримки серед усіх варіантів. Це зумовлено вищою середньою пропускну здатністю каналу, яка дозволяє обробляти пакети швидше навіть за умов високої інтенсивності трафіку.

По-друге, затримки швидко зростають при наближенні до межі стійкості. Для всіх конфігурацій помітне різке зростання затримки при $\lambda \rightarrow \mu$, що відповідає теоретичним уявленням про поведінку $M/G/1$ систем – затримка асимптотично прямує до нескінченності при завантаженні, що наближається до одиниці.

По-третє, значний вплив оказує дисперсія пропускну здатності. Навіть при однаковому середньому значенні \bar{C} , більша варіативність каналу (що не моделювалась у спрощеному вигляді, але може бути врахована в майбутніх дослідженнях) приведе до збільшення другого моменту часу обслуговування $E[S^2]$, що додатково підвищить затримку.

Запропонований підхід є новим у тому сенсі, що дозволяє формалізувати оцінку середньої затримки для систем з адаптивною пропускну здатністю на основі МІМО-каналу. На відміну від класичних моделей, де швидкість обслуговування вважається сталою або випадковою незалежно від фізичного каналу, у запропонованій моделі вона

прямо пов'язана зі статистичними властивостями матриці $H(t)$.

Запропонований підхід дозволяє моделювати реалістичну поведінку бездротових систем, у яких параметри каналу змінюються в часі та безпосередньо впливають на якість обслуговування (QoS). Такий підхід забезпечує більш точне відображення впливу фізичних умов передачі на роботу вищих рівнів мережевого стека.

Окрім того, розроблена модель дозволяє розширити класичну теорію черг типу $M/G/1$, включивши до неї випадки, коли сервісна характеристика залежить не від заздалегідь заданого розподілу, а формується на основі змінної пропускну здатності, що зумовлена станом каналу. Це значно наближає теоретичні моделі до практичних умов експлуатації сучасних телекомунікаційних систем.

Важливою перевагою також є можливість використання отриманих результатів для розробки і вдосконалення протоколів управління доступом до середовища (MAC-рівень), зокрема в адаптивних схемах. Це особливо актуально для динамічних середовищ, таких як мобільні або сенсорні мережі, де швидкі зміни топології або умов каналу вимагають гнучкого та інформованого управління ресурсами.

Таким чином, результати проведеного моделювання не лише підтверджують коректність теоретичних оцінок, а й формують надійну наукову основу для подальших досліджень у напрямі аналізу та оптимізації продуктивності багатоканальних бездротових систем з випадковим доступом.

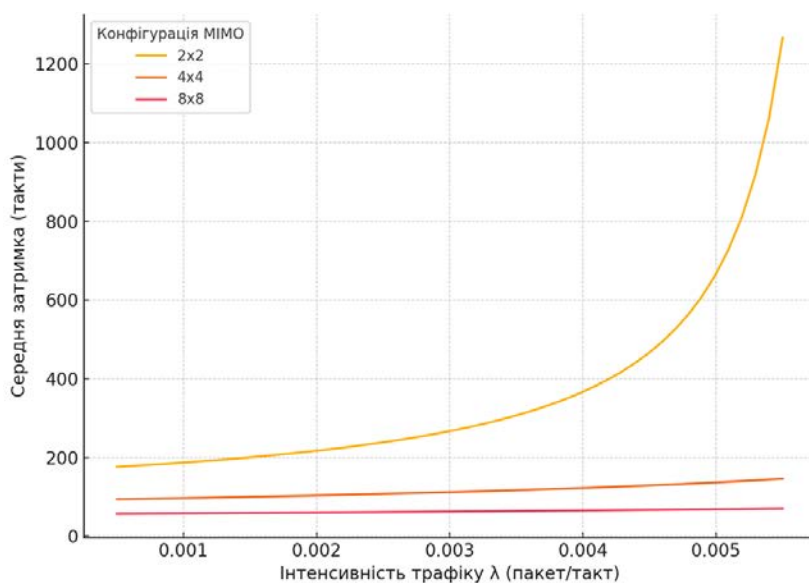


Рис. 1. Залежність середньої затримки від інтенсивності трафіку λ

Висновки. Проведене дослідження дозволяє зробити низку важливих висновків, які підтверджують наукову доцільність та практичну значущість розробленої математичної моделі. Запропонований підхід до оцінювання середньої затримки в системах з технологією MIMO та випадковим доступом є ефективним інструментом аналізу продуктивності сучасних телекомунікаційних мереж. Основна цінність моделі полягає в тому, що вона поєднує класичний апарат теорії черг із реальною фізичною природою каналу, зокрема залежністю сервісної характеристики від миттєвої пропускної здатності, що формується на основі параметрів MIMO-каналу.

Результати чисельного моделювання узгоджуються з аналітичними оцінками і підтверджують, що збільшення кількості антен у системі істотно знижує середню затримку при збереженні тих

самих умов трафіку. Також продемонстровано, що поведінка затримки поблизу граничного навантаження має експоненційний характер, характерний для $M/G/1$ систем. Водночас виявлено, що дисперсія часу обслуговування істотно впливає на рівень затримки, навіть при незмінному середньому значенні пропускної здатності, що слід враховувати при проектуванні адаптивних систем доступу.

Отримані висновки можуть слугувати основою для подальших досліджень, зокрема у напрямі побудови адаптивних протоколів MAC-рівня, що враховують динаміку пропускної здатності та статистичні параметри каналу. Крім того, модель може бути використана для розробки алгоритмів керування навантаженням, планування радіоресурсів і оптимізації параметрів бездротових мереж наступного покоління.

Список літератури:

1. Jiang H., Qu D., Ding J., Jiang T. Grant-Free Random Access Enhanced by Massive MIMO with Non-Orthogonal Preambles. *Electronics*. 2024. Vol. 13, No. 11. P. 2179. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics13112179>
2. Pustovoitov P., Okhrimenko M., Voronets V., Udalov D. The speed calculating increasing method of the markov model network node. *Advanced Information Systems*. 2021. Vol. 5, no. 3. P. 13–17. DOI: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2021.3.02>
3. Jiang H., Qu D., Ding J., Jiang T. Multiple Preambles for High Success Rate of Grant-Free Random Access with Massive MIMO. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2019. Vol. 18, No. 10. P. 4776–4788. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1809.07535>
4. Сокол Г.В., Ковда Є.О. Метод виявлення несанкціонованих вузлів на MAC-рівні. *Вчені записки ТНУ імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2025. Т. 36 (75), № 4. С. 91-98. DOI: <https://doi.org/10.3278/2/2663-5941/2025.4.1/12>
5. Callebaut G., Van der Perre L., Rottenberg F. Grant-Free Random Access in Massive MIMO for Static Low-Power IoT Nodes. *Sensors*. 2021. Vol. 21, No. 21. P. 7110. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2110.07927>
6. Воронець В.М., Пустовойтов П.Є. Метод формування плану передачі пакетів при піковому навантаженні мережі, який знижує відгук. *Системи управління, навігації та зв'язку*. 2024. Т. 1 (75). С. 185-188. DOI: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2024.1.185>
7. Pustovoitov P., Voronets V., Voronets O., Sokol H., Okhrymenko M. Assessment of QoS indicators of a network with UDP and TCP traffic under a node peak load mode. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2024. Vol. 1, no. 4 (127). P. 23–31. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2024.299124>
8. Воронець О.М., Воронець В.М., Трубочанінова К.А. Метод адаптивної маршрутизації в умовах змінного навантаження сенсорної мережі. *Вчені записки ТНУ імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2025. Т. 37(76), № 6. С. 58-65. DOI: <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.6.1/09>
9. Воронець О., Воронець В., Пустовойтов П. Фрактальний підхід до прогнозування критичних станів вузлів мережі. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Нові рішення у сучасних технологіях. 2025. № 4(26). С. 17–23. DOI: <https://doi.org/10.20998/2413-4295.2025.04.03>
10. Xu Du, Yin Sun, Ness B. Shroff, Ashutosh Sabharwal. Balancing Queueing and Retransmission: Latency-Optimal Massive MIMO Design. *IEEE Transactions on Wireless Communication*. 2020. Vol. 19, No. 4. P. 2293–2307. DOI: <https://doi.org/10.1109/TWC.2019.2963830>

Sudakov Ye.V., Sokol H.V. METHOD FOR ESTIMATING AVERAGE PACKET DELAY IN NETWORKS WITH MIMO TECHNOLOGY AND RANDOM ACCESS

The article considers the problem of estimating the average packet delay in wireless telecommunication networks using MIMO technology and random access to the medium. The relevance of the study is due to the increasing requirements for quality of service (QoS) in modern networks, in particular in conditions of high radio channel dynamics and stochastic nature of traffic. The aim of the work is to develop a mathematical

model that allows for adequate estimation of the average packet delay taking into account the parameters of the MIMO channel and variable bandwidth.

An approach based on the M/G/1 type queuing model is proposed, in which the service time is defined as a random variable that depends on the instantaneous channel capacity. The throughput is modeled through a matrix representation of the MIMO channel taking into account random fading, in particular for the case of Rayleigh fading. Analytical estimates of the average and second service time moments are obtained, which allows the Pollachak–Khinchin formula to be applied to determine the average delay. A feature of the approach is the integration of the physical layer (channel characteristics) with the network layer (queue processes), which provides more realistic modeling.

Numerical modeling was performed for various configurations of MIMO systems (2×2 , 4×4 , 8×8), which confirmed the adequacy of the proposed model. It is shown that an increase in the number of antennas leads to a significant decrease in the average delay due to an increase in throughput. It is established that when the traffic intensity approaches the system stability limit, the delay increases sharply, which is consistent with the theoretical properties of M/G/1 systems. A significant influence of the throughput dispersion on the delay value is also proven.

The results obtained can be used to develop adaptive algorithms for controlling access to the environment, optimizing the allocation of radio resources, and improving the efficiency of next-generation wireless networks.

Keywords: MIMO, wireless networks, quality of service, queuing theory, channel capacity, average packet delay, stochastic processes, packet queues, traffic intensity, multi-channel systems.

Дата першого надходження статті до видання: 21.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 17.04.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 19.05.2026